

De wortel van een getal

We hebben eerder kwadraten besproken. Een voorbeeld van een kwadraat is $4^2 = 16$.

Het omgekeerde van een kwadraat is een wortel. In het voorbeeld hierboven is 4 de **wortel** van 16. We gebruiken hiervoor de notatie $\sqrt{16} = 4$.

De wortel van een getal is altijd **positief**.

Zo is de wortel van 25:

$$\sqrt{25} = 5, \text{ want } 5 \text{ is een positief getal en } 5^2 = 25.$$

Het berekenen van een wortel noem je "het nemen van de wortel" of "worteltrekken".

De wortel van een negatief getal

Stel we willen $\sqrt{-25}$ berekenen.

Dan zoeken we dus een getal dat keer zichzelf gelijk is aan -25. Zo'n getal bestaat niet!

Probeer zelf maar:

$$5 \cdot 5 = 25$$

$$-5 \cdot -5 = 25$$

De wortel van een negatief getal **bestaat dus niet**.

Ook hebben wiskundigen met elkaar afgesproken dat **de uitkomst van een wortel altijd positief is**.

Rekenvolgordes met wortels

1. Haakjes wegwerken
2. Machtsverheffen en worteltrekken
3. Vermenigvuldigen en delen
4. Optellen en aftrekken.

De wortel van een breuk

We kunnen ook de wortel van een breuk berekenen. We moeten hiervoor de wortel uitrekenen van de teller en van de noemer van een breuk.

De wortel van $\frac{1}{25}$ is bijvoorbeeld:

$$\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$$

De wortel uitrekenen met een rekenmachine

Van sommige getallen kun je niet gemakkelijk de wortel uit het hoofd berekenen. Hiervoor kan je je rekenmachine gebruiken.

De wortel van een getal

De worteltoets op je rekenmachine ziet er zo uit:



Soms staat dit teken niet op een toets maar erboven, dan toets je eerst **2nd** of **shift**

Wanneer je $\sqrt{12}$ wilt uitrekenen doe je dat bijvoorbeeld zo:



Je rekenmachine laat dan 3,464 101 615 14 zien. Dit kun je daarna zelf afronden.

Voorbeelden

x	9	144	0,25	0,0004	$\frac{1}{81}$
\sqrt{x}	3	12	0,5	0,02	$\frac{1}{9}$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ want } 3 \text{ is een positief getal en } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{144} = 12, \text{ want } 12 \text{ is een positief getal en } 12^2 = 144$$

$$\sqrt{0,25} = 0,5, \text{ want } 0,5 \text{ is een positief getal en } 0,5^2 = 0,25$$

$$\sqrt{0,0004} = 0,02, \text{ want } 0,02 \text{ is een positief getal en } 0,02^2 = 0,0004$$

$$\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}, \text{ want } \frac{1}{9} \text{ is een positief getal en } \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \frac{1}{81}$$

Wortels en vierkanten

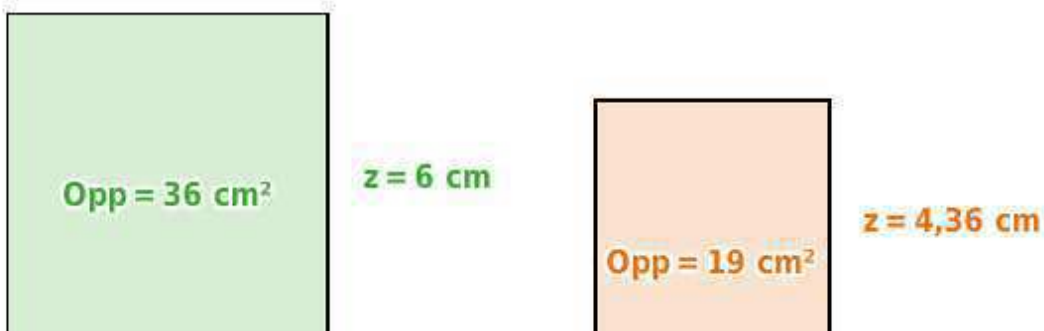
De oppervlakte van een vierkant kunnen we uitrekenen door het kwadraat van de lengte van de zijden te nemen:

$$\text{Opp} = z \cdot z = z^2$$

Omgekeerd kunnen we ook de lengte van de zijden berekenen als de oppervlakte van het vierkant bekend is. We doen dit door de wortel van de oppervlakte te nemen:

$$\sqrt{\text{Opp}} = z$$

De wortel van een getal



Het groene vierkant heeft een oppervlakte van 36 cm^2 . De lengte van de zijden kun je uitrekenen door de oppervlakte in te vullen in de formule:

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{\text{Opp}} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

De lengte van een zijde is dus 6 cm.

----- Voor het oranje vierkant geldt dat:

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{\text{Opp}} \\ &= \sqrt{19} \\ &= 4,36 \text{ cm} \end{aligned}$$

Het kwadraat van een wortel berekenen


De wortel van **16** is **4**, want het kwadraat van **4** is **16**. Worteltrekken is zogezegd het "omgekeerde" van kwadrateren. Worteltrekken en kwadrateren heffen elkaar op.

Als je een getal kwadrateert, en dan van het antwoord de wortel neemt, is de uitkomst het getal waarmee je begon.

$$4^2 = 16 \quad \longrightarrow \quad \sqrt{16} = 4 \quad \longrightarrow \quad \sqrt{4^2} = 4$$

Je kan dat ook andersom doen. Als je van een getal de wortel neemt, en de uitkomst kwadrateert, krijg je het getal waarmee je begon.

$$\sqrt{4} = 2 \quad \longrightarrow \quad 2^2 = 4 \quad \longrightarrow \quad \sqrt{4^2} = 4$$



$$\sqrt{b^2} = b.$$

$$\sqrt{b}^2 = b.$$

Beide regels kun je gebruiken om wortels van kwadraten, en kwadraten van wortels, te herleiden zonder te rekenen.

----- Voorbeeld -----

----- Bereken $\sqrt{289}^2$.

Oplossing:

289

Uitleg:

Je hoeft hier niet te rekenen: $\sqrt{289}^2 = 289$.

Factor voor of onder het wortelteken brengen

 Als je een factor onder het wortelteken brengt, neem je eerst het kwadraat.

$$a \sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$$

Als je een factor voor het wortelteken brengt:

1. Ontbind je het getal onder het wortelteken in factoren.
2. Breng je het grootst mogelijke kwadraat voor het wortelteken met de rekenregel.

 Bij het herleiden van een wortel breng je een zo groot mogelijke factor voor het wortelteken.

----- Voorbeeld -----

Haal de factor 2 binnen het wortelteken in $2\sqrt{5}$

Oplossing:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \sqrt{5} &= \sqrt{2^2 \cdot 5} \\ &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

----- Voorbeeld -----

Breng een factor in $\sqrt{63}$ voor het wortelteken.

Oplossing:

$$3\sqrt{7}$$

Stap 1. Ontbindt het getal in factoren.

$$63 = 7 \cdot 3^2$$

Het getal 63 bevat dus het kwadraat 3^2 .

Stap 2. Breng het kwadraat naar buiten.

$$\begin{aligned} \sqrt{63} &= \sqrt{9 \cdot 7} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 7} \\ &= 3\sqrt{7} \end{aligned}$$